Concorso personale docente

D.L. 59/2017, art. 17, comma 2, lettera b

Classe di concorso **A047**

Scienze matematiche applicate

Candidato: **Prof. ROMANCIUC STEFANO**

26 Settembre 2018

Espressioni

con i numeri razionali

Articolazione esposizione

1 Analisi della classe

2 Cenni sulla didattica moderna

3 Progettazione della lezione

1 - ANALISI DELLA CLASSE

1.1 Composizione della classe

- Classe 1°, Istituto Tecnico settore Tecnologico indirizzo Costruzioni, Ambiente e Territorio
- Età di riferimento della classe 14 -15 anni
- 21 alunni di cui 1 alunno con *B.E.S.*

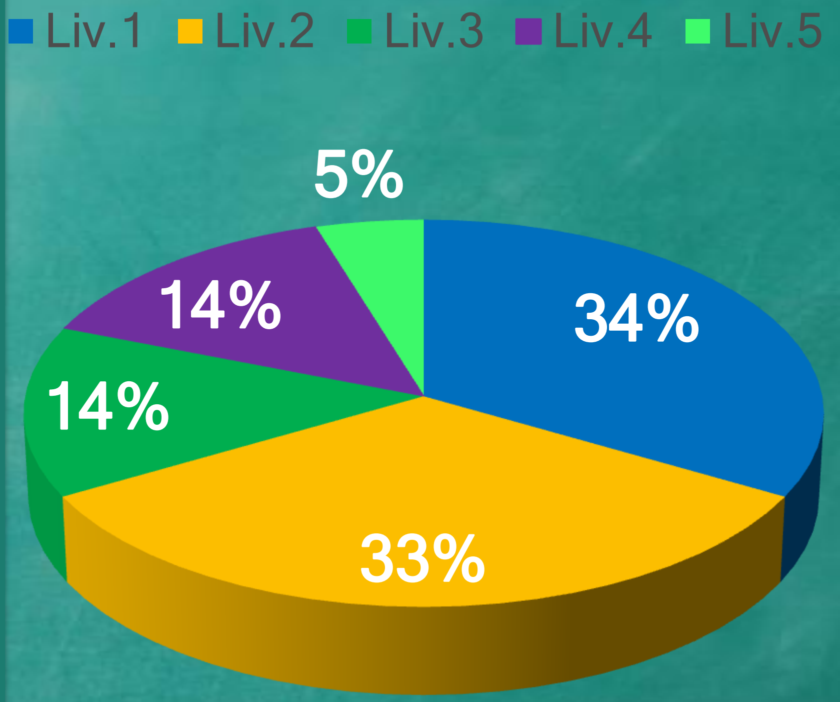
1. **Alunno con handicap certificato** secondo la legge 104/92 con Piano Educativo Individualizzato.

1 - ANALISI DELLA CLASSE

1.2 Profilo della classe

Fasce	Livelli
1	Conoscenze approfondite: abilità sicure, metodo ordinato, affidabili e autonomi nell'impegno
2	Conoscenze e abilità buone: buon metodo di lavoro, impegno costante.
3	Conoscenze sufficienti ma insicure: metodo di lavoro e di studio da migliorare e rendere più ordinato, impegno non costante.
4	Conoscenze carenti e abilità insicure: impegno discontinuo, metodo incerto e ancora da acquisire.
5	Bisogni Educativi Speciali

Grafico distribuzione
LIVELLI di CONOSCENZA
della classe



I destinatari nel complesso hanno livello di conoscenze e abilità buone, le dinamiche relazionali della classe non manifestano particolari difficoltà e gli alunni hanno raggiunto un buon livello di integrazione e socializzazione.

1 - ANALISI DELLA CLASSE

1.2.1 – Intervista

1. Valuta il tempo che dedichi alle diverse attività di una «giornata tipo» durante l'anno scolastico. Esempio:

sonno 8 ore cioè 33,3%
scuola 6 ore cioè 25 %
pasti 2 ore cioè 8,3%
studio 4 ore cioè16,7%
sport 4 ore cioè 16,6%
totale 24 ore cioè 99,9%

2. A Giacomo e` stato chiesto di esprimere il suo interesse per le discipline scolastiche utilizzando un numero di crocette variabile da 1 a 10. Giacomo ha risposto nel seguente modo:

Italiano XXXXXXX
Storia XXXXX
Matematica XX
Inglese XXXXXXXXX
Ora esprimi tu il tuo grado d'interesse per le discipline che dovrai affrontare in questo anno scolastico utilizzando lo stesso procedimento di Giacomo.

3. Utilizzando ancora le crocette (da 1 a 10) valuta ora le tue competenze nelle seguenti attività didattiche:
Calcolo .... Risoluzione dei problemi .... Conoscenza di contenuti matematici .... Rappresentazioni grafiche ....

4. Preferisci studiare e affrontare il lavoro scolastico da solo/a o in gruppo? Giustifica la tua risposta.

1 - ANALISI DELLA CLASSE

5. Quali di questi «strumenti» utilizzi per svolgere i compiti, studiare o approfondire gli argomenti trattati in classe?

Strumenti	SPESSO	TALVOLTA	MAI
Computer			
Calcolatore tascabile			
Dizionari			
Internet			

1.2.2 – Gara di matematica

Con un mazzo di carte italiane napoletane inizio a contare le prime venti guardando le figure e appoggiandole l'una su l'altra sulla cattedra. Le 20 contate le metto sotto al mazzo delle 20 non contate e girate.

Nel contare tengo presente la n°13.

La figura della carta n°13 uscirà alla 33esima carta che andrò a contare a mazzo coperto

Domanda: se al posto di dire alla 33esima carta dico alla 30esima oppure alla 35esima qual è il conteggio?

Cercare di capire il conteggio che è dietro il giochino di prestigio, gruppi da 2 alunni, soluzione scritta.

1 - ANALISI DELLA CLASSE

1.2.3 - Prova di Aritmetica: 10 domande

1. Un ascensore parte dal terzo piano, scende di due piani, sale di quattro e poi di altri quattro, infine scende di 5 piani. A quale piano e` arrivato?

Al terzo
Al quarto
Al Quinto
Nessuna delle precedenti

2. Qual e` il minimo comune multiplo fra 12, 40, 16 e 60?

60
120
240
Nessuna delle precedenti

3. Addizionando al numero 0,566 un centesimo ottieni:

0,576
0,567
0,5661
0,666

4. Qual e` il risultato dell’espressione (-2)(-5) - (-3-4)?

3
7
17
Nessuna delle precedenti

1 - ANALISI DELLA CLASSE

1.2.3 - Prova di Algebra: 10 domande

1. Come si traduce in linguaggio algebrico il problema "aggiungendo 3 al doppio di un numero n si ottiene 15"?

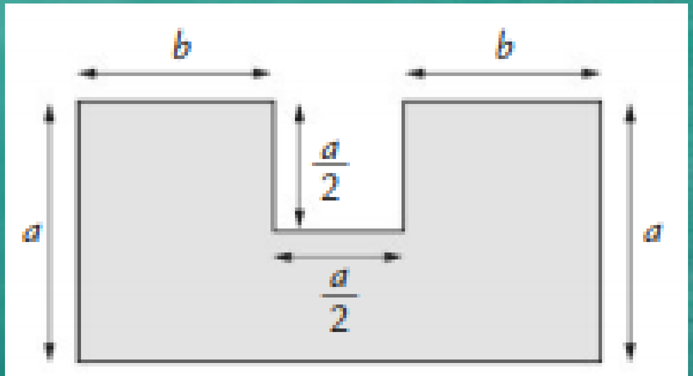
$3 + 2n = 15$
$3 + (2 + n) = 15$
$3n + 2 = 15$
$2 + (3 + n) = 15$

2. Quale delle seguenti equazioni nell'incognita x ha per soluzione x = 10 ?

$9x = 100$
$3x + 5 = 35$
$x - 100 = - 80$
$x + 100 = 0$

3. Quale delle seguenti espressioni rappresenta la misura del perimetro della figura qui sotto? :

$4a + 2b$
$2a + 3/2\ b$
$4a + 4b$
$5/2a + 4b$



1 - ANALISI DELLA CLASSE

1.2.3 - Prova di Geometria: 10 domande

1. Qual e` la misura del segmento AB rispetto a u?

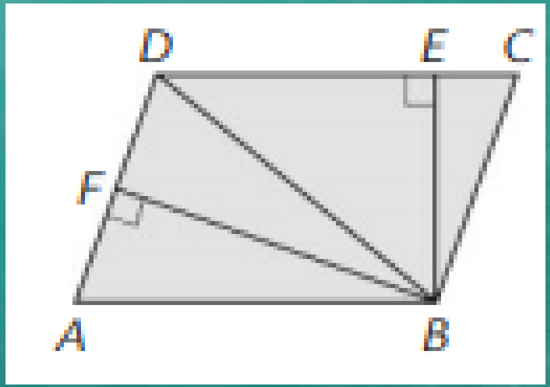
3/2
5/2
7/2
Nessuna delle precedenti

2. Un triangolo e` isoscele se ha:

due angoli congruenti e i lati opposti non congruenti
i lati a due a due non congruenti
due angoli congruenti
due angoli non congruenti e i lati opposti congruenti

3. Nel parallelogramma ABCD disegnato qui sotto quale segmento rappresenta l’altezza relativa al lato AD? :

BE
BD
BF
Nessuna delle precedenti



1 - ANALISI DELLA CLASSE

1.2.3 – Prova di Logica, insiemi e grafici: 10 domande

1. Qual e` la negazione della proposizione «nevica e fa freddo»?

non nevica e non fa freddo
non nevica e fa freddo
non nevica o non fa freddo
nevica o non fa freddo

2. Sapendo che «se un triangolo e` equilatero, allora e` isoscele» possiamo dire che:

se un triangolo e` isoscele allora e` equilatero
tutti i triangoli equilateri sono isosceli
tutti i triangoli isosceli sono equilateri
nessuna delle precedenti

3. Qual e` il significato della proposizione «Maria non e` piu` alta di Paola»?? :

Maria e` piu` bassa di Paola
Paola e` piu` bassa di Maria
Maria e` alta come Paola oppure piu` bassa
Paola e` alta come Maria oppure piu` bassa

1 – ANALISI DELLA CLASSE

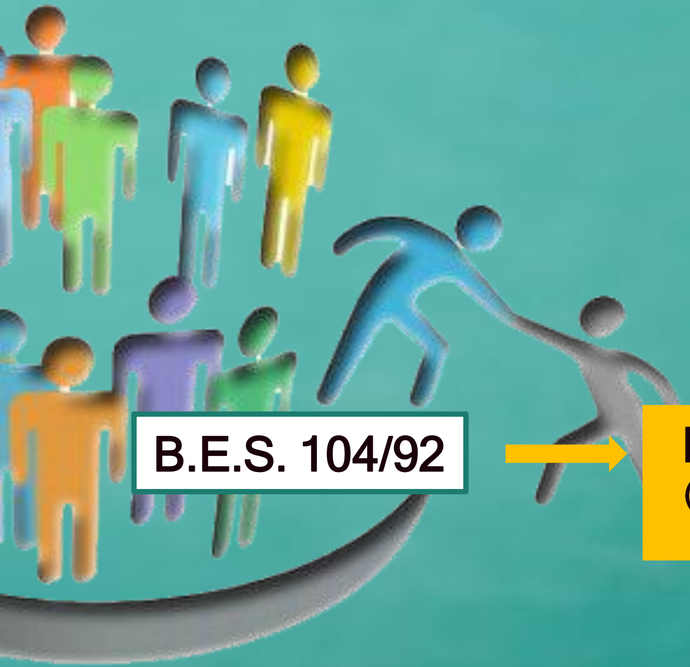
1.3 Alunni B.E.S.

1.3.1 - Alunno con handicap - B.E.S. 104/92

Alunno con handicap certificato secondo l’art.3 della legge 104/92 per cui deve essere **garantito il diritto all’educazione e all’istruzione** (art.12 e 13 legge 104/92 e Costituzione art.34).

L’alunno segue una **didattica differenziata**, con una ***programmazione differenziata*** in base alle specifiche esigenze, seguito obbligatoriamente dal docente di sostegno per 18 ore settimanali

L’alunno portatore di Sindrome di Down possiede un **PEI Differenziato.**



B.E.S. 104/92

Diagnosi medica disabilità
(su segnalazione scolastica o famiglia)
Legge 104/92

P.D.F. Profilo Dinamico Funzionale

Descrizione funzionale nelle varie aree di sviluppo in relazione alle difficoltà e sviluppo potenziale che mostra.

Redatto dal Consiglio di Classe sentiti i Medici A.S.L. documento giuridico.

P.E.I.

Redatto dal Consiglio di classe che programma, insieme al Docente di sostegno e famiglia, le strategie didattico-educative per il successo formativo dello studente.

P.E.I. SEMPLIFICATO

P.E.I. DIFFERENZIATO
Autorizzato dalla famiglia

2 - CENNI sulla DIDATTICA MODERNA

2.1 Evoluzione dell'insegnamento

Didattica indifferenziata

Insegnamento basato sulla trasmissione del sapere

Programmi ministeriali

Didattica per competenze

Didattica differenziata

Nuove tecnologie

Nuovi modelli di apprendimento

Fine ciclo obbligo scolastico (16 anni)
Percorsi comuni

Competenze chiavi di cittadinanza
D.M. 139/2007

Risultati apprendimento comune e specifico
All. A - Regolamenti su revisione assetti degli Istituti
n.87 - n.88 - n.89 15 Marzo 2010

REGOLAMENTO ISTITUTI TECNICI

D.P.R. n.88 – 15 Marzo 2010

2 - CENNI sulla DIDATTICA MODERNA

DIDATTICA MODERNA → APPRENDIMENTO SIGNIFICATIVO

- PERSONALITA’
- ASPIRAZIONI e CAPACITA’
- FRAGILITA’ e DIFFICOLTA’

- STILI DI APPRENDIMENTO
- ATTITUDINI PERSONALI
- ABILITA’ PSICOFISICHE

RUOLO del DOCENTE

Fornire agli studenti le CONOSCENZE e ABILITA’ tramite la costruzione dei curricoli e pratiche didattiche quindi le COMPETENZE in grado di consentire loro di agire nella realtà in modo autonomo e responsabile.

Valorizzare l’individualità ai fini del successo formativo.

2.2 Il ruolo del Docente

2.2.1 – Atteggiamenti in classe consigliati

1) Incoraggiare la curiosità;
2) Creare un clima di cooperazione;
3) Far leva sui punti di forza di ognuno conoscendo le caratteristiche dei soggetti;
4) Informare in maniera chiara sugli obiettivi da raggiungere e valutazione;
5) Promuovere l'autovalutazione degli studenti;
6) Tenere conto che lo studenti ha ritmi e stili di apprendimento propri;
7) Coinvolgere lo studente nella valutazione;
8) Individuare le difficoltà dello studente e aiutarlo a superarle.

2 - CENNI sulla DIDATTICA MODERNA

2.2.2 – Strumenti a disposizione

Programmazione flessibile → Il Docente calibra di continuo la programmazione dei contenuti e obiettivi (Autonomia Didattica) in relazione alle abilità e competenze degli studenti maturate nel corso dell'anno anche per mezzo delle verifiche ad ogni U.d.A. e conoscenze iniziali sulla classe in generale.

Didattica personalizzata e individualizzata → La didattica individualizzata al fine di potenziare determinate abilità o per acquisire specifiche competenze, anche nell'ambito delle strategie compensative e del metodo di studio.
La didattica personalizzata calibra l'offerta didattica e le metodologie d'insegnamento in relazione ai bisogni educativi che caratterizzano gli alunni della classe

Tecniche Attive D'insegnamento → In Basket, Brainstorming, Role playing, Incident, Case study

Metodi di insegnamento → Operativo (problem solving e laboratorio), Investigativo, Partecipativo

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.1 Contestualizzazione U.d.A.

3.1.1 – Modulo 1: i numeri e il linguaggio della matematica

Unità didattica 1 – Numeri naturali e numeri interi

Unità didattica 2 – Numeri razionali

Unità didattica 3 – Numeri reali

Unità didattica 4 – Insiemi e logica

Unità didattica 5 – Relazioni

Unità Didattica di Apprendimento trattata : U.d.A. 2

Numeri razionali

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.1.2 – Obiettivi finali del modulo

CONOSCENZE

- I numeri naturali, interi, razionali (sotto forma frazionaria e decimale), irrazionali e introduzione ai numeri reali; loro struttura, ordinamento e rappresentazione sulla retta;
- Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà;
- Potenze e loro proprietà;

ABILITÀ

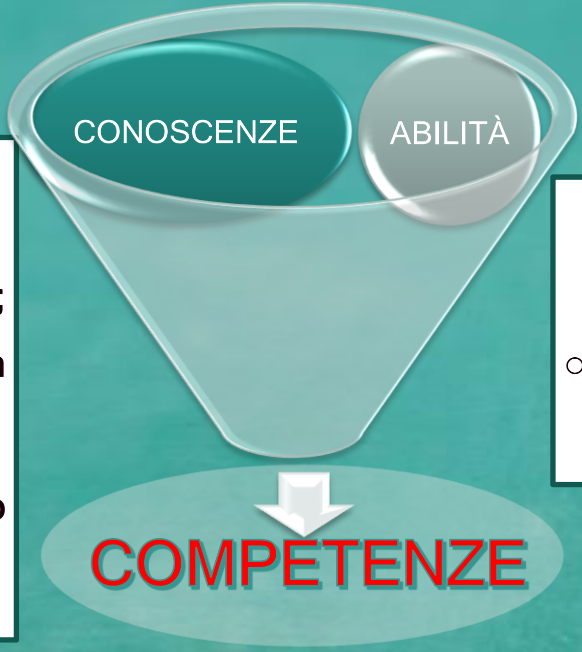
- Operare con i numeri interi e razionali e valutare l’ordine di grandezza dei risultati;
- Calcolare potenze ed eseguire operazioni tra di esse;
- Utilizzare le proprieta` delle potenze per eseguire calcoli in modo rapido;
- Risolvere espressioni numeriche.

COMPETENZE:

- Padroneggiare le tecniche e le procedure di calcolo nei vari insiemi numerici e saperle applicare in contesti reali;
- Padroneggiare il linguaggio della matematica ed esprimersi correttamente.

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.1.3 – Obiettivi finali della lezione



Conoscenze/sapere
(assimilazione di informazioni)

- I numeri razionali (sotto forma frazionaria e decimale; loro struttura, ordinamento e rappresentazione sulla retta;
- Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà;

Abilità/saper fare
(capacità di applicare le conoscenze)

- Operare con i numeri razionali e valutare l’ordine di grandezza dei risultati;

Competenze/saper essere
(capacità di utilizzare in un determinato contesto conoscenze e abilità)

- Padroneggiare le tecniche e le procedure di calcolo nell’insieme numerici razionale e saperle applicare in contesti reali;

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.2 Tempi di svolgimento della U.d.A. e obiettivi

Lezione frontale/partecipata
(1,5 h)

Approfondimenti e chiarimenti
Esercitazioni
(1,0 h)

Verifica degli obiettivi con test
semi strutturato
(1,0 h)

Discussione in classe sulla Verifica:
Spiegazione della verifica
Autovalutazione
Domande individuali per recupero.
(30 min)

Brainstorming

Domande individuali (random)
PEER Education

Durata totale (4 h)

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.3 Competenze attivate

Competenze-chiave per l'apprendimento permanente attivate dal modulo

(Raccomandazioni Consiglio Europeo 22/5/2018)

- *Comunicazione nella madrelingua*: Padroneggiare gli strumenti argomentativi indispensabili per gestire l'interazione verbale;
- *Competenza matematica e competenza in scienze, tecnologie e ingegneria:* comprendere i principi di base del mondo naturale, i concetti, le teorie, i principi e i metodi scientifici fondamentali.
- *Competenza personale, sociale e capacità di imparare a imparare:* capacità di riflettere su sé stessi, di gestire efficacemente il tempo e le informazioni, di lavorare con gli altri in maniera costruttiva, di mantenersi resilienti e di gestire il proprio apprendimento e la propria carriera.

Competenze chiave di cittadinanza

(All.2 - D.M. 139, 2 agosto 2007)

- *Imparare ad imparare:* organizzare il proprio apprendimento, individuando, scegliendo e utilizzando varie fonti e varie modalità di informazione, anche in funzione die tempi disponibili, delle proprie strategie e del proprio metodo di studio e di lavoro;
- *Comunicare: comprendere* messaggi di genere diverso e di complessità diversa utilizzando diversi linguaggi; rappresentare eventi, fenomeni e concetti utilizzando linguaggi diversi e mediante diversi supporti; *rappresentare* eventi, fenomeni, principi, concetti, norme, procedure, ecc. utilizzando linguaggi diversi e diverse conoscenze disciplinari,
- **Risolvere problemi:** affrontare situazioni problematiche costruendo e verificando ipotesi e proponendo soluzioni.

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.4 All.1 - D.M. 139 – 2 agosto 2007

Relativamente alla conclusione dell'obbligo di istruzione (Fioroni) - Asse matematico - Risultati apprendimento

COMPETENZE certificate

Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica.

A conclusione dell'obbligo scolastico

ABILITÀ

- Comprendere il significato logico cooperativo di numeri appartenenti ai diversi sistemi numerici. Utilizzare le diverse notazioni e saper convertire da una all'altra (da frazioni a decimali, da frazioni apparenti ad interi, da percentuali a frazioni..);

- Comprendere il significato di potenza; calcolare potenze e applicarne le proprietà;

- Risolvere brevi espressioni nei diversi insiemi numerici; rappresentare la soluzione di un problema con un'espressione e calcolarne il valore anche utilizzando una calcolatrice.

CONOSCENZE

-Gli insiemi numerici N, Z, Q, R; rappresentazioni, operazioni, ordinamento;

- I sistemi di numerazione;

- Espressioni algebriche; principali operazioni.

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.4 Analisi iniziale

Prerequisiti

- Numeri naturali e interi;
- Le quattro operazioni elementari: addizione, moltiplicazione, sottrazione, divisione;
- Potenze ed espressioni con i numeri interi e naturali;

Spunti storici

Relazioni dei numeri razionali con gli antichi egizi

Collegamenti con altre discipline

Storia: Relazioni dei numeri razionali con gli antichi egizi

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

Metodo d’insegnamento

- Lezione frontale e partecipata;
- Esercitazioni;
- Brainstorming;
- PEER Education

Sussidi didattici

- Lavagna;
- Libro di testo;

Spazi e tempi

- Aula
- I° quadrimestre

ADATTAMENTO DIDATTICO

PER

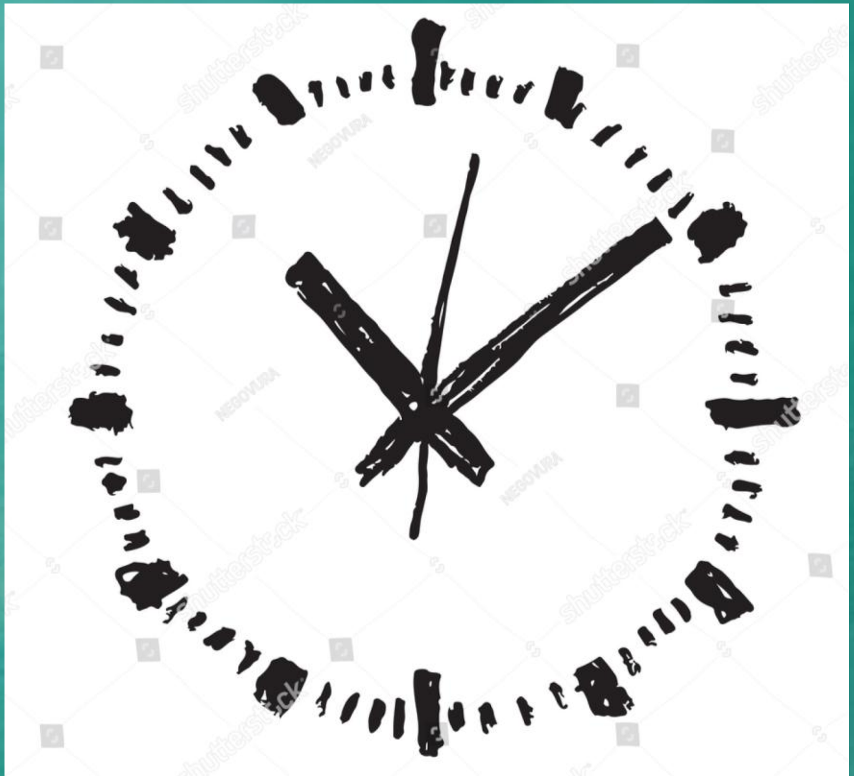
ALUNNO CON HANDICAP

L’alunno segue un Piano Educativo Individualizzato Differenziato.

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.6 Fasi della Lezione

3.6.1. Contenuti della lezione - 1,5 h



1. Le frazioni (15 min)
2. Il calcolo con le frazioni (30 min)
3. Rappresentazioni di frazioni tramite numeri decimali (5 min)
4. Le operazioni con i numeri razionali (39 min)
5. Curiosità: dalle frazioni egizie ai numeri decimali (1 min)

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.6.2. Fasi della Lezione

1. Le frazioni (15 min)

PROBLEMA: si vuole suddividere equamente la somma di 48 euro tra 5 persone: quanto spetta a ciascuna?

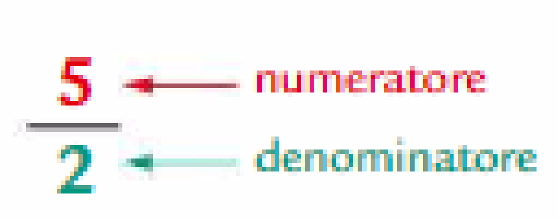
Purtroppo non è divisibile con numeri naturali (1,2,3,…) perché dividendo 48 non è multiplo del divisore 5. Per ottenere il quoziente esatto occorre perseguire la divisione e introdurre i numeri con la virgola: numeri razionali.

$$\frac{48}{5} = 9{,}6$$

Def. FRAZIONE: siano a e b due numeri naturali, con b≠0; si chiama frazione un'espressione del tipo $\frac{a}{b}$ che indica il quoziente esatto della divisione tra a e b.

I due numeri a e b si chiamano termini della frazione; il numero a è il numeratore della frazione e il numero b il denominatore della frazione.

Per esempio, la frazione $\frac{5}{2}$ indica il QUOZIENTE esatto tra 5 e 2.



3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

La frazione $\frac{a}{b}$ si dice:

1) Propria se a < b, quindi la frazione è F<1

2) Impropria se a > b e a non è multiplo di b, quindi la frazione è F>1

3) Apparente se a è multiplo di b.

Le frazioni proprie sono minori di 1; quelle improprie sono maggiori di 1

DOMANDA: data la frazione $\frac{5}{0}$ qual è il risultato? Ovviamente dividere per zero non ha senso.

Le frazioni con denominatore uguale a 1 si identificano con il numero naturale posto al numeratore della frazione; in simboli

$\frac{5}{1} = 5 \quad \frac{7}{1} = 7$

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

FRAZIONI EQUIVALENTI

Due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ si dicono equivalenti, e si scrive $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, quando si verifica che $a * d = b * c$

.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} \longrightarrow 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$$

In pratica, quindi, per stabilire se due frazioni sono equivalenti, basta eseguire i prodotti «in croce» e controllare se coincidono.

Frazioni equivalenti	Frazioni *non* equivalenti
$\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{10}$, infatti $3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$	$\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{25}$, infatti $3 \cdot 25 \neq 5 \cdot 9$

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

PROPRIETA' INVARIANTIVA delle FRAZIONI

DEF. Moltiplicando numeratore e denominatore di una frazione per uno stesso numero naturale, diverso da zero, si ottiene una frazione equivalente a quella data.
Analogamente, si ottiene una frazione equivalente a quella data dividendo numeratore e denominatore per un loro divisore comune.

.

$\frac{3}{4}$ È equivalente → $\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4}$, cioè a $\frac{12}{16}$.

$\frac{20}{30}$ È equivalente → $\frac{20 : 10}{30 : 10}$, cioè a $\frac{2}{3}$.

FRAZIONE RIDOTTA AI MINIMI TERMINI

DEF. Una frazione si dice ridotta ai minimi termini quando numeratore e denominatore della frazione sono primi tra loro.
Per ridurre una frazione ai minimi termini basta dividere numeratore e denominatore per il loro massimo comune divisore.

$\frac{24}{30}$ → MASSIMO COMUNE DIVISORE 6 → $\frac{24}{30} = \frac{24:6}{30:6} = \frac{4}{5}$

FRAZIONE RIDOTTA AI MINIMI TERMINI

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

CONFRONTO TRA FRAZIONI

DOMANDA: Come è possibile confrontare tra loro due frazioni, cioè stabilire se l'una e minore, maggiore o uguale all'altra?
Se le frazioni hanno lo stesso denominatore, il confronto è semplice perche si riduce al confronto dei numeratori.

$$\frac{3}{4} < \frac{5}{4} \rightarrow 3 < 5$$

DOMANDA: Se due frazioni hanno egual numeratore ma diverso denominatore?

$$\frac{5}{7} \quad \frac{5}{9} \rightarrow \frac{5}{7} > \frac{5}{9}$$

DOMANDA: Se due frazioni hanno diverso sia numeratore sia denominatore?
Vedere a questo punto il discorso se è PROPRIA – IMPROPRIA oppure si può ricorrere ai "prodotti a croce"

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

CONFRONTO TRA FRAZIONI

ESEMPIO

$$\frac{4}{5} \text{ e } \frac{6}{7} \rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \qquad 4 \cdot 7 = 28 \qquad 5 \cdot 6 = 30 \rightarrow 28 < 30 \rightarrow \frac{4}{5} < \frac{6}{7}$$

CONFRONTO per PRODOTTI In CROCE

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \text{se e solo se} \quad ad < bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{se e solo se} \quad ad = bc$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \quad \text{se e solo se} \quad ad > bc$$

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

2. Il calcolo con le frazioni (30 min)

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE tra FRAZIONI

Eseguire l'addizione (o la sottrazione) tra frazioni che hanno lo stesso denominatore è semplice; basta scrivere la frazione che ha:

- come denominatore, lo stesso denominatore delle frazioni date;

- come numeratore, la somma (o la differenza) dei numeratori

ESEMPI

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{2+4}{3}=\frac{6}{3}=2$$

$$\frac{7}{3}-\frac{5}{3}=\frac{7-5}{3}=\frac{2}{3}$$

Se le frazioni da addizionare (o sottrarre) non hanno lo stesso denominatore, possiamo ricondurci al caso precedente trasformandole in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore: fra le infinite frazioni equivalenti, si scelgono di solito quelle che hanno come denominatore il minimo comune multiplo dei denominatori delle frazioni date. Si dice in questo caso che si opera una riduzione delle frazioni al minimo comune denominatore

ESEMPIO

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{6}=\frac{(24:8)\cdot 7-(24:6)\cdot 5}{24}=\frac{21-20}{24}=\frac{1}{24}$$

24 è il m.c.m. tra 8 e 6

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

MOLTIPLICAZIONE tra FRAZIONI

Per moltiplicare tra loro due frazioni, basta scrivere la frazione che ha come numeratore e come denominatore, rispettivamente, il prodotto dei numeratori e il prodotto dei denominatori delle frazioni date. In simboli:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

ESEMPIO $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{5}{8}$

DOMANDA: $3 \cdot \frac{5}{4}$? $\rightarrow$ $\frac{3}{1} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

SEMPLIFICAZIONI tra FRAZIONI

Se un numeratore e un denominatore (della stessa frazione o di due frazioni diverse) hanno qualche fattore in comune, conviene effettuare la semplificazione prima di eseguire la moltiplicazione. Per esempio:

$$\frac{18}{21}\cdot\frac{5}{11}=\frac{{}^{6}\cancel{18}}{\cancel{21}_{7}}\cdot\frac{5}{11}=\frac{6}{7}\cdot\frac{5}{11}=\frac{30}{77}$$

$$\frac{5}{6}\cdot\frac{9}{2}=\frac{5}{{}_{2}\cancel{6}}\cdot\frac{\cancel{9}^{3}}{2}=\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{15}{4}$$

DIVISIONI tra FRAZIONI

Premettiamo che si chiama reciproca (o inversa) di una frazione non nulla la frazione che si ottiene invertendo il numeratore con il denominatore. Alcuni esempi sono presentati nella tabella di sotto.

DOMANDA: la reciproca di 0 non esiste, sai giustificare perché?

Frazione	Reciproca
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$
$3=\frac{3}{1}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{1}=4$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

ESEMPIO $\frac{3}{4}:\frac{9}{5}=\frac{\cancel{3}^{1}}{4}\cdot\frac{5}{\cancel{9}_{3}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{3}=\frac{5}{12}$

POTENZA di una FRAZIONE

La potenza di una frazione si ottiene elevando a potenza il numeratore e il denominatore:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n} \qquad \text{per ogni } n\in \mathbf{N}, \text{ con } n>1$$

Si pone, inoltre, per definizione: $\left(\frac{a}{b}\right)^0=1 \left(\text{purché } \frac{a}{b}\neq 0\right)$ e $\left(\frac{a}{b}\right)^1=\frac{a}{b}$

ESEMPI:

a. $\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{3^3}{5^3}=\frac{27}{125}$

b. $\left(\frac{11}{7}\right)^0=1$

c. $\left(\frac{9}{77}\right)^1=\frac{9}{77}$

Valgono inoltre le stesse proprietà delle potenze già viste in N (naturali)

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

ESEMPI:

a. $\left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^{5+3} = \left(\frac{3}{5}\right)^8$ Prodotto di potenze con la stessa base

b. $\left(\frac{3}{5}\right)^{24} : \left(\frac{3}{5}\right)^{22} = \left(\frac{3}{5}\right)^{24-22} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ Quoziente di potenze con la stessa base

c. $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^3\right]^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^{3\cdot 4} = \left(\frac{3}{5}\right)^{12}$ Potenza di potenza

ESPRESSIONE con le FRAZIONI

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}\right] : \frac{5}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$= \left[\frac{1}{4} : \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}\right] : \frac{5}{4} + \frac{1}{2} =$$ Svolgendo la potenza

$$= \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right] : \frac{5}{4} + \frac{1}{2} =$$ Eseguendo le divisioni e le moltiplicazioni dentro le parentesi quadre

$$= \frac{1}{4} : \frac{5}{4} + \frac{1}{2} =$$ Eseguendo la sottrazione dentro la parentesi quadra

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{2} =$$ Eseguendo la divisione

$$= \frac{7}{10}$$ Eseguendo l'addizione

REGOLETTE

1. Vedere le parentesi: in ordine prima le tonde, poi le quadre e graffe;

2. Svolgere le potenze;

3. Svolgere le moltiplicazioni e divisioni;

4. Svolgere addizioni e sottrazioni

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3. Rappresentazioni di frazioni tramite numeri decimali (5 min)

DEF. NUMERO DECIMALE: Si dice numero decimale una successione di cifre (da 0 a 9), separate da una virgola. La successione di cifre **a sinistra** della virgola si chiama parte intera del numero, la successione di cifre **a destra** parte decimale (o parte frazionaria).

<u>Num. Decimale finito</u>: esempio 3/4 = 0,75

Num. Decimale Periodico: 12/7 = 1.71428571429

il ciclo si ripete esattamente dopo 6 passaggi

Periodico Semplice

4. Le operazioni con i numeri razionali (39 min)

DEF. NUMERI RAZIONALI: si chiama numero razionale assoluto ogni numero che può essere espresso sotto forma di frazione.

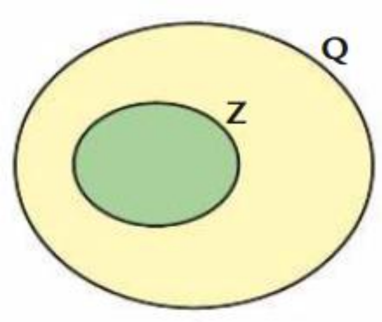
In particolare, sono numeri razionali assoluti tutti i numeri naturali (che possono considerarsi particolari frazioni con denominatore uguale a 1) e tutti i numeri decimali finiti o periodici (che, come abbiamo visto nel Paragrafo 3, possono trasformarsi in una frazione). L'insieme dei numeri razionali assoluti si indica con il simbolo **Q_a**

.

Un numero razionale assoluto puo essere espresso in varie forme tramite una frazione oppure tramite un numero decimale o percentuale. Per esempio:

$$\frac{7}{100}; \quad \frac{14}{200}; \quad \frac{21}{300}; \quad 0{,}07; \quad 7\%$$

L'insieme Q dei numeri razionali si può pensare come un «ampliamento» dell'insieme Z dei numeri interi, nel senso che l'insieme Z si può identificare con l'insieme dei numeri razionali espressi da frazioni che hanno come denominatore 1, precedute dal segno + o -; per esempio



-2 si identifica con – (2/1)

+3 si identifica con + (3/1)

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

I SEGNI dei NUMERI RAZIONALI

$-\frac{1}{2}$ $\mathbb{Q}^-$ $+\frac{1}{3}$ $\mathbb{Q}^+$

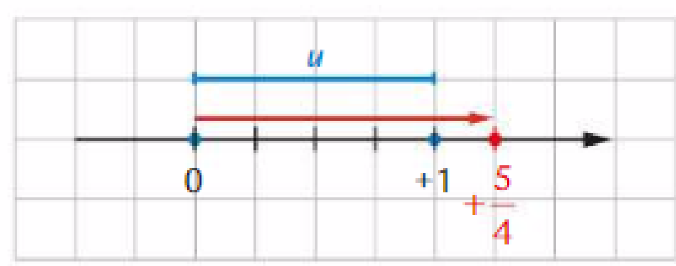
IL VALORE ASSOLUTO

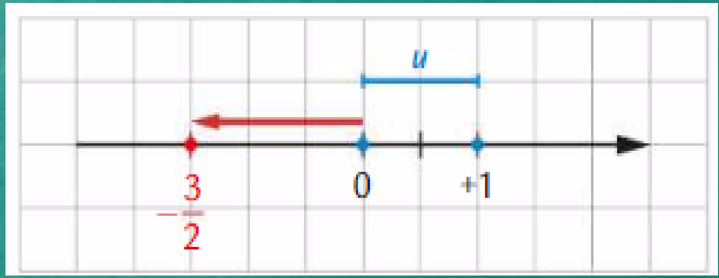
$$\left|+\frac{3}{5}\right| = +\frac{3}{5} \quad \text{e} \quad \left|-\frac{3}{5}\right| = -\left(-\frac{3}{5}\right) = +\frac{3}{5}$$

$$|a| = \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

RAPPRESENTAZIONE RAZIONALI SU RETTA

+5/4
-3/2

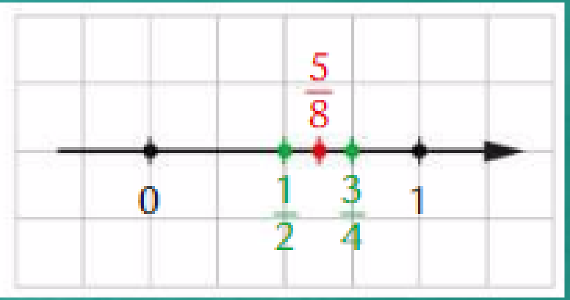




Anche i numeri razionali, come i numeri interi, si possono rappresentare su una retta orientata.

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

DOMANDA: Abbiamo visto che gli insiemi N e Z sono infiniti, ordinati e discreti, quindi Q come possono essere definiti?
Non è discreto infatti tra due numeri razionali possiamo trovare infiniti altri numeri razionali



OPERAZIONI con i NUMERI RAZIONALI

Tutte le operazioni viste con le frazioni valgono per Q in quanto esso racchiude:
Frazioni, oppure numeri decimali e percentuali, ….

Bisogna stare attenti ad alcune trasformazioni:

Gioco delle Parentesi con le quattro operazioni

$$\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{3+4}{6}\right)=-\frac{7}{6}$$ 1

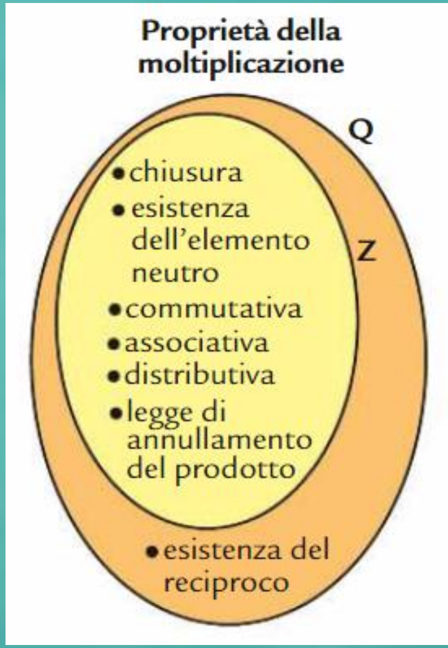
$$\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{3}{2}\right)=+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{3-1}{2}=1$$ 2

$$\frac{1}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=\frac{1+4}{3}=\frac{5}{3}$$ 3

4 $$\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=+\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{4}\right)=+\frac{1\cdot 5}{3\cdot 4}=+\frac{5}{12}$$

5 $$\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(+\frac{6}{7}\right)=-\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}\right)=-\frac{1\cdot\cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1}\cdot 7}=-\frac{2}{7}$$

Reciproco: prodotto dei numeri razionali



Numero	$-\frac{2}{3}$	-3	$+\frac{5}{4}$
Reciproco	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{4}{5}$
Prodotto del numero per il suo reciproco	$\underbrace{\left(-\frac{2}{3}\right)}_{\text{numero razionale}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{3}{2}\right)}_{\text{reciproco}} = 1$	$\underbrace{(-3)}_{\text{numero razionale}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{1}{3}\right)}_{\text{reciproco}} = 1$	$\underbrace{\left(+\frac{5}{4}\right)}_{\text{numero razionale}} \cdot \underbrace{\left(+\frac{4}{5}\right)}_{\text{reciproco}} = 1$

Mantengono sempre lo stesso segno.

Le Potenze con i numeri razionali

DEF. Siano a un numero razionale, con a ≠ 0, ed n un numero naturale non nullo. Si definisce:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

La condizione a ≠ 0 è necessaria perche il simbolo 1/0 non ha significato.

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

Consideriamo per esempio il simbolo: 2^{-3}

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$2^{-3} \cdot 2^3 = 2^{-3+3} = 2^0 = 1$$

$$2^{-3} \cdot 2^3 = 2^{-3+3} = 2^0 = 1$$

Tutte le usuali proprietà delle potenze conservano la loro validità, anche per potenze con basi razionali o esponenti negativi.

PROPRIETA' delle POTENZE per numeri razionali

a. $\left(+\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(+\frac{1}{2}\right)^3 = \left(+\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(+\frac{1}{2}\right)^5 = +\frac{1}{32}$

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-5} : \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{5}\right)^{-5-(-2)} = \left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8}$

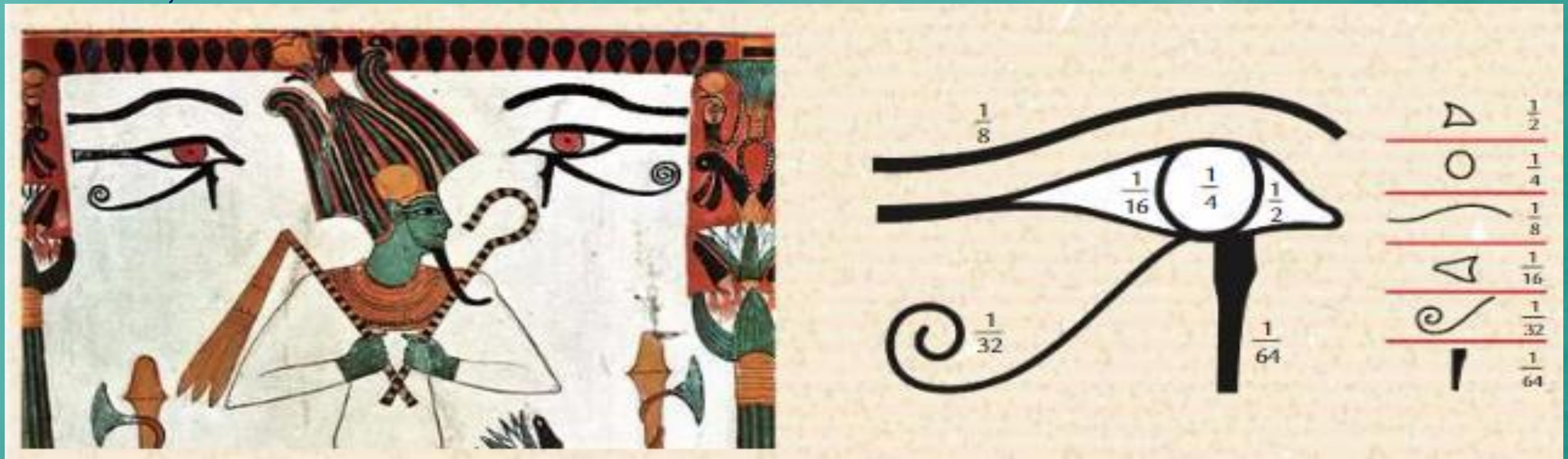
c. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{(-2)\cdot(-3)} = \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$

d. $\left(10 \cdot \frac{2}{3}\right)^2 = 10^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 100 \cdot \frac{4}{9} = \frac{400}{9}$

e. $\left(-\frac{1}{2} : \frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8} : \frac{27}{8} = -\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{27} = -\frac{1}{27}$

5. Curiosità: dalle frazioni egizie ai numeri decimali (1 min)

Abbiamo visto nell'Unità precedente che l'accettazione e l'utilizzo dei numeri negativi fu una conquista lunga e faticosa. Si hanno invece testimonianze antiche dell'utilizzo dei numeri razionali assoluti: essi sono stati il primo «tipo» di numeri che vennero riconosciuti e utilizzati dopo i numeri naturali. L'utilizzo delle frazioni è stato accertato già presso gli Egizi, celebri per l'utilizzo di frazioni unitarie, cioè di frazioni aventi come numeratore 1.



Una famosa testimonianza dell'utilizzo delle frazioni unitarie da parte degli Egizi, e in generale del collegamento tra magia, religione e matematica nella loro cultura, riguarda il simbolo **dell'occhio di Horus**, raffigurato qui sopra a sinistra. Esso fu scomposto dagli Egizi in sei parti (vedi figura a destra) e a ciascuna di esse si fece corrispondere una delle sei frazioni unitarie corrispondenti ai sottomultipli dell'**heka**t (l'unità di misura per il grano):

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$$

3.6.3. Approfondimenti e chiarimenti – 1,0 h

Domande "random" alla classe e individuali e approfondimento su eventuali difficoltà nelle risposte ai fini del superamento degli ostacoli.

Esercizi da svolgere alla lavagna, in modalità random e successiva spiegazione da parte dell'alunno alla classe (**PEER Education**).

3.6.4. Generalità su Valutazione dell'apprendimento

3.6.4.1. VALUTAZIONE IN ITINERE

osservazione e monitoraggio durante le domande random.

VALUTAZIONE DELL'ALUNNO CON HANDICAP

Durante la Prova di Verifica

Svolgimento di attività con ausilio del docente di sostegno. conformi agli obiettivi enunciati nel PEI.

3.6.4.2. VALUTAZIONE FINALE

✓ Verifica scritta: Prova analitica e risposta aperta e chiusa

La verifica si svolgerà nell'aula.

3.7 Verifiche finali di apprendimento

3.7.1. Prova scritta semi strutturata

Problemi analitici: semplifica le seguenti espressioni applicando tutte le operazioni possibili

$$-\left(1+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{5}-\frac{5}{4}-\frac{3}{20}\right):\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left(-\frac{3}{5}\right)^{6}:\left(-\frac{3}{5}\right)^{5}$$

$$\left\{\frac{5^{3}\cdot 5^{-20}:5^{-7}\cdot\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{-10}\right]^{-1}}{\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{-8}:\left(+\frac{1}{5}\right)^{-3}\right]^{-6}\left(+\frac{1}{5}\right)^{-4}:\left(+\frac{1}{5}\right)^{7}}\right\}^{-3}$$

$$\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\frac{\left(\frac{1}{9}-0,3\overline{2}\right):0,\overline{19}+0,16}{\frac{6}{5}\cdot 0,5\cdot 0,\overline{5}-\frac{24}{25}}\right]$$

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

Domande a risposta **aperta**

1. Un commerciante poco onesto vuole definire il prezzo di un cappotto per i saldi in modo tale che il suo incasso dalla vendita risulti di 280 euro. Che prezzo indicherà sul cartellino se dichiara di applicare uno sconto del 30%?

2. Un oste ha a disposizione una certa quantità di vino, espressa in litri, di cui vende i 2/5 il sabato sera, 1/3 il giorno dopo e 1/6 il lunedì. Sapendo che alla fine dei tre giorni gli rimangono 14 litri di vino, quanto ne aveva a disposizione all'inizio?

3. Un panettiere ha a disposizione una certa quantità di farina, espressa in kg, di cui usa i 3/5 per produrre pane, 1/6 per i grissini e 1/12 per le pizzette. Sapendo che alla fine del suo lavoro gli rimangono 9 kg di farina per il giorno seguente, quanta farina aveva a disposizione all'inizio?

4. Dopo aver ridotto ai minimi termini le seguenti frazioni e averle ordinate su di una retta orientata, indica per ciascuna di esse che tipo di numero decimale genera:

$$-\frac{69}{23}, \quad -\frac{21}{45}, \quad \frac{82}{205}, \quad -\frac{25}{150}, \quad \frac{39}{91}, \quad \frac{88}{55}.$$

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

Domande a risposta **chiusa**

1. Una frazione ridotta ai minimi termini che ha denominatore uguale a 15 genera:

- un numero intero;
- un numero decimale limitato;
- un numero decimale illimitato periodico semplice;
- un numero decimale illimitato periodico misto;
- un numero decimale illimitato non periodico.

2. Se dividiamo - (4/5) per l'opposto del reciproco di (8/25) otteniamo:

- 5/2;
- -5/2;
- 2/5
- un numero positivo, minore di 1, decimale limitato ;
- un numero negativo

3 - PROGETTAZIONE della LEZIONE

3.7.2. Criteri di valutazione

La valutazione sarà effettuata tenendo conto dei livelli di partenza, dei ritmi di apprendimento, delle condizioni fisiche e socio-culturali degli alunni. La valutazione sarà discussa con gli alunni e terrà conto dei seguenti indicatori:

DIMENSIONI	LIVELLO I Insufficiente 3-4	LIVELLO MEDIOCRE 5	LIVELLO BASE 6	LIVELLO INTERMEDIO 7-8	LIVELLO AVANZATO 9-10
	Anche se guidato e sotto precise indicazioni	Solo se guidato, sotto la costante e diretta supervisione	In modo non completamente autonomo e dietro precise indicazioni	Operando in modo autonomo e sapendosi adattare al contesto presentato	In piena autonomia e sapendo fronteggiare anche compiti inediti
D1 acquisizione e padronanza dei principali concetti					
D2 abilità nell'operare con i numeri razionali					
D3 acquisizione della corretta terminologia					
D4 partecipazione e discussioni in classe					

3.7.5. Discussione in classe sulla Verifica – 1,0 h

3.7.5.1. Spiegazione della verifica e semplificazione della lezione – 25 min

Breve riepilogo delle soluzioni delle verifiche con lezione semplificata eventualmente coadiuvato dallo studente che ha avuto la migliore performance nella verifica; e sintetica sull’argomento inerente le domande verifica

3.7.5.2. Autovalutazione degli studenti – 5 min

Autovalutazione ai fini della calibrazione delle metodologie d’insegnamento e programmazione dei contenuti e obiettivi

Ora prova a valutare ciò che hai fatto.

1) Descrivi cosa hai appreso da questo argomento studiato?
2) Indica quale difficoltà hai avuto durante lo svolgimento della verifica (e se li hai risolti)
3) Come valuti il lavoro da te svolto?
4) Quantifica le tue ore di studio a casa dedicate all’argomento;
7) Quali sono stati gli errori che hai fatto sulla verifica e descrivi la soluzione finale;

3.7.5.3. Recupero valutazione finale – 30 min

Domande orali Random per la verifica dell’apprendimento verso gli alunni che non hanno raggiunto gli obiettivi prefissati dell’U.d.A.
La valutazione sarà considerata come elemento migliorativo.


Che tu possa avere sempre
il vento in poppa,
che il sole ti risplenda in viso
e che il vento del destino
ti porti in alto
a danzare con le stelle.
George